Ako fazna karakteristika nije od interesa, prednost u pogledu složenosti realizacije nesumnjivo leži na strani IIR filtarskih funkcija jer se zadate specifikacije ostvaruju sa znatno nižim redom funkcije prenosa, odnosno sa manjim brojem množača u realizacionoj strukturi. Na primer, za iste specifikacije, red FIR filtarske funkcije može biti pet do deset puta veći. Takođe, ako su gabariti za amplitudsku karakteristiku zadati kao delimično konstantne funkcije, postupak sinteze je vrlo jednostavan jer se može koristiti bilinearna transformacija i standardni postupci sinteze analognih filtarskih funkcija. Situacija postaje nešto složenija ako su specifikacije za amplitudsku karakteristiku nestandardne. U tom slučaju se i za projektovanje IIR funkcija mora koristiti neki optimizacioni algoritam, ali je prednost u pogledu složenosti realizacije i dalje na strani IIR funkcija.

Ako je potrebno tačno realizovati linearnu faznu karakteristiku onda se moraju primeniti FIR filtarske funkcije, kojima se, za razliku od IIR filtarskih funkcija, tačno može realizovati linearna fazna karakteristika.

Najsloženije je donošenje odluke u slučajevima kada treba sintetizovati selektivnu filtarsku funkciju koja treba da u propusnom opsegu ima približno, ali ne egzaktno, linearnu faznu karakteristiku. Ovakva funkcija se može sintetizovati i kao IIR filtar sa korekcijom grupnog kašnjenja, ali i kao optimalni FIR filtar. Detaljna ispitivanja većeg broja FIR filtara I IIR filtara eliptičkog tipa sa korigovanim grupnim kašnjenjem pokazuju da je složenost realizacije manja kod FIR filtarske funkcije ako je dozvoljena greška grupnog kašnjenja manja od 10%. Na primer, ako je dozvoljena greška grupnog kašnjenja u propusnom opsegu 3%, onda IIR eliptički filtar sa korigovanim grupnim kašnjenjem ima oko 30% više množenja po ulaznom odbirku od odgovarajućeg optimalnog FIR filtra. Ukupno grupno kašnjenje je uvek manje kod FIR filtra.

Digitalna obrada signala

Korekcija faze / all pass

$$H(z) = H_F(z) H_{AP}(z)$$

$$\left| H_{AP}(e^{j\Omega}) \right| = 1,\ 0 \le \Omega \le \pi$$

$$\tau_{AP}(\Omega) = \tau - \tau_F(\Omega),\ \ \Omega_{p1} \le \Omega \le \Omega_{p2}$$

$$H_{AP}(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \frac{a_{1k} + z^{-1}}{1 + a_{1k} z^{-1}} \qquad z_i = \frac{1}{p_i},\quad i = 1, \ldots$$

$$H_{AP}(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \frac{a_{2k} + a_{1k} z^{-1} + z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema

Treba realizovati

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]$$

Realizacija -> Digitalna kola
Softverski
Hardverski

Računarska efikasnost
Memorijski zahtevi
Uticaj konačne dužine reči

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$$

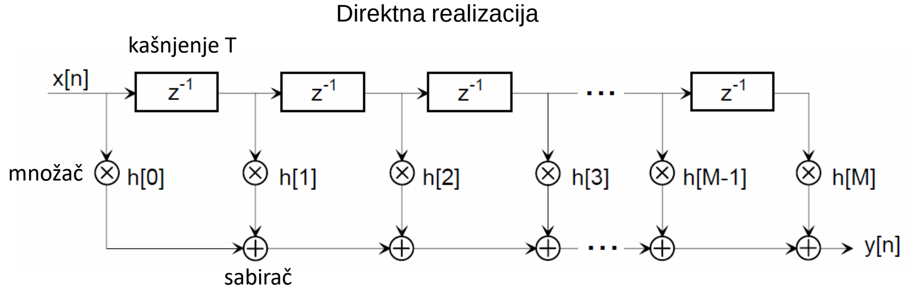
$$y[n]=\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

Impulsni odziv

$$h[n]=\begin{cases} b_n, & 0\le n\le M \\ 0, & n<0,\ n>M \end{cases}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Direktna realizacija

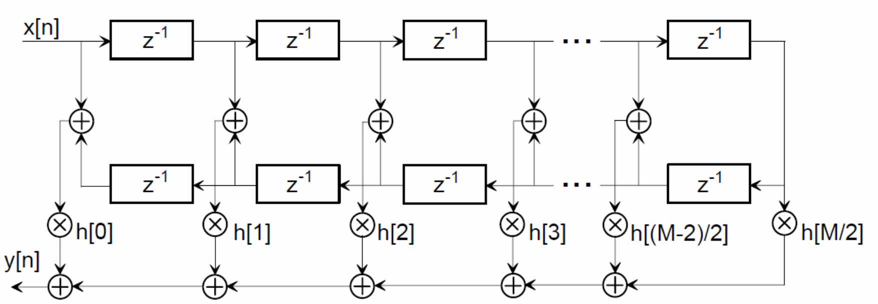


Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Direktna realizacija

$$h[n] = \pm h[M-n]$$

Simetričan
Antisimetričan
Paran
Neparan



M parno simetričan

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR
Direktna realizacija

Iz teorije grafova:
transpozicijom grafa toka može se dobiti ekvivalentna struktura koja ima istu funkciju prenosa.

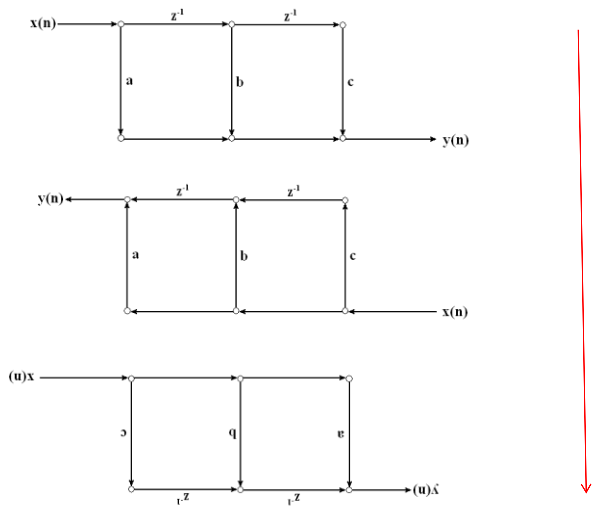
Transpozicija grafa se vrši tako što se:
svim granama promeni smer,
čvorovi grananja postaju sabirači
dok sabirači postaju tačke grananja
ulazni i izlazni priključak zamenjuju uloge

Kod grafa toka podataka, čvorovi predstavljaju izračunavanje, a smer predstavlja put podataka

Digitalna obrada signala

Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

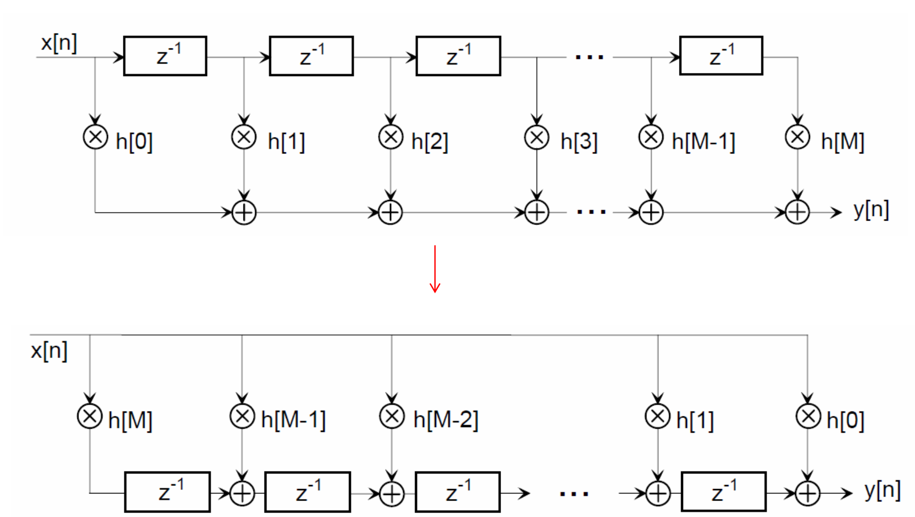
Transponovana direktna realizacija



Digitalna obrada signala

Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

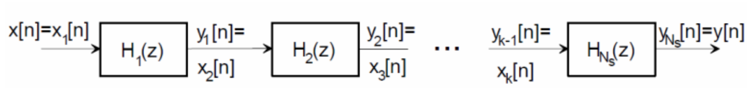
Transponovana direktna realizacija

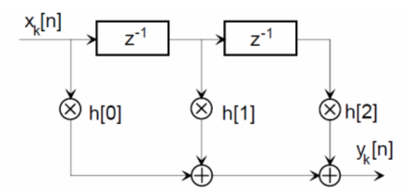


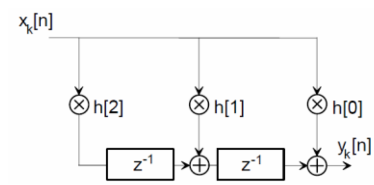
Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Kaskadna realizacija

$$H(z)=\sum_{n=0}^{M} b_n z^{-n}=\prod_{k=1}^{N_s} H_k(z)=\prod_{k=1}^{N_s}(b_{0k}+b_{1k}z^{-1}+b_{2k}z^{-2})$$







Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

U pogledu broja upotrebljenih komponenata, direktna i kaskadna realizacija su praktično ekvivalentne, pošto se ćelije drugog reda mogu realizovati i sa samo dva množača a ne sa tri kako je predstavljeno na slici. Naime, deljenjem koeficijenata *k-te sekcije sa* b_{0k} *jedan od* koeficijenata u funkciji prenosa ćelije se svodi na jedinicu, - eliminiše se jedno množenje.

Međutim, kaskadna realizacija je modularna, što je veoma pogodno za hardversku realizaciju.

U slučaju softverske realizacije nijedna od realizacija nema izrazitu prednost. Ako se FIR filtar realizuje softverski najpogodnija je direktna realizacija.

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Realizacija na osnovu odbiraka u frekvencijskom domenu

Odmerci na učestanostima

$$\Omega_k = \frac{2\pi k}{M+1}, k = 0,1,\ldots,M$$

$$H[k] = H\left(\frac{2\pi k}{M+1}\right) = \sum_{n=0}^{M} h[n]e^{-j2\pi kn/(M+1)},\ \ k = 0,1,\ldots,M$$

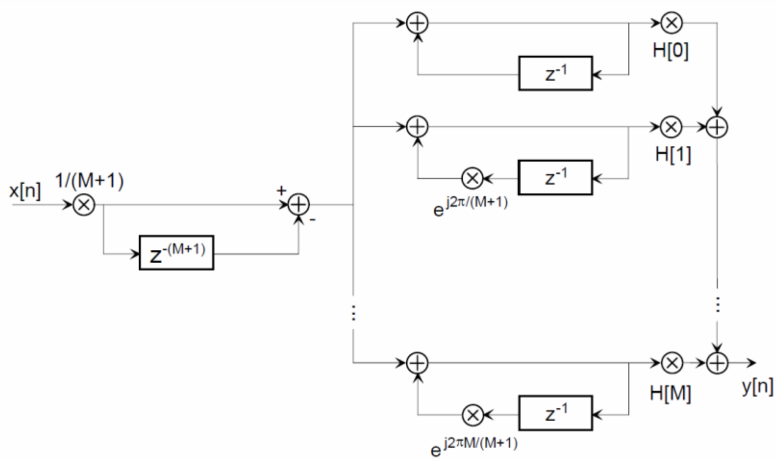
H[k] predstavlja DFT sekvence od M +1 elemenata, h[n] .
h[n] IDFT od H[k]

$$H(z) = \sum_{n=0}^{M} h[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{M}\left(\frac{1}{M+1}\sum_{k=0}^{M} H[k]e^{j2\pi kn/(M+1)}\right)z^{-n}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Realizacija na osnovu odbiraka u frekvencijskom domenu

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M} H[k]\left(\frac{1}{M+1}\sum_{n=0}^{M}[e^{j2\pi k/(M+1)}z^{-1}]^n\right) = \frac{1-z^{-(M+1)}}{M+1}\sum_{k=0}^{M}\frac{H[k]}{1-e^{j2\pi k/(M+1)}z^{-1}}$$



Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Realizacija na osnovu odbiraka u frekvencijskom domenu

Češljasti – comb filtar

$$H_1(z) = \frac{1}{M+1}[1 - z^{-(M+1)}] \qquad z_k = e^{j2\pi k/(M+1)},\ k = 0,1,\ldots,M$$

M+1 filtara prvog reda - rezonatora

$$H_2(z) = \sum_{k=0}^{M} \frac{H[k]}{1 - e^{j2\pi k/(M+1)} z^{-1}} \qquad p_k = e^{j2\pi k/(M+1)},\ k = 0,1,\ldots,M$$

Položaji polova rezonatora poklapaju se sa položajima nula češljastog.
Vrednosti konstanti u množačima odgovaraju vrednostima odbiraka željenog frekvencijskog odziva.
Opisana struktura je izuzetno pogodna za realizaciju filtarskih funkcija sa uskim propusnim opsegom jer je tada većina odbiraka frekvencijskog odziva jednaka nuli, tako da te grane ne postoje u realizaciji.
U takvim slučajevima je realizacija na bazi odbiraka iz frekvencijskog odziva ekonomičnija od direktne realizacije u pogledu broja množača i sabirača.

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Realizacija na osnovu odbiraka u frekvencijskom domenu

$$H[k] = H^*[M+1-k]$$

$$H_k(z) = \frac{H[k]}{1 - e^{j2\pi k/(M+1)} z^{-1}} + \frac{H[M+1-k]}{1 - e^{j2\pi(M+1-k)/(M+1)} z^{-1}} = \frac{A[k] + B[k]z^{-1}}{1 - 2\cos[2\pi k/(M+1)]z^{-1} + z^{-2}}$$

$$A[k] = 2\,\mathrm{Re}\big(H[k]\big) \qquad B[k] = -2\,\mathrm{Re}\big(H[k]e^{-j2\pi k/(M+1)}\big) \qquad k = 1,\ldots,\lfloor M/2 \rfloor$$

Malo generalnije: simetrija,antisimetrija, parno, neparno,
α dodatni parametar zbog fleksibilnosti zadavanja odziva

$$\Omega_k = \frac{2\pi}{M}(k+\alpha), \quad \alpha = 0 \text{ ili } 1/2, \quad k = 0,1,\ldots,U$$

$$U = \begin{cases} \dfrac{M-1}{2}, & M \text{ neparno} \\ \dfrac{M}{2} - 1, & M \text{ parno} \end{cases}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Realizacija na osnovu odbiraka u frekvencijskom domenu

Simetričan

$$H(e^{j\Omega_k}) = H_r\left(\frac{2\pi(k+\alpha)}{M}\right)e^{-j\pi(k+\alpha)(M-1)/M} = G[k+\alpha]e^{-j\pi\alpha}e^{j\pi(k+\alpha)/M}$$

$$G[k+\alpha] = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi(k+\alpha)}{M}\right)$$

$$H[k+\alpha] = H^*[M-k-\alpha]$$

$$G[k+\alpha] = \mp G[M-k-\alpha]$$ - slučaj α = 0, + slučaj α = 1/2

M paran broj i α = 0 $\quad G[M/2] = H_r(\pi) = 0$

$$h[n] = \frac{1}{M}\left\{G[0] + 2\sum_{k=1}^{U} G[k]\cos\frac{2\pi k}{M}(n+\frac{1}{2})\right\} \qquad \alpha = 0$$

$$h[n] = \frac{2}{M}\sum_{k=0}^{U} G[k+\frac{1}{2}]\sin\frac{2\pi}{M}(k+\frac{1}{2})(n+\frac{1}{2}) \qquad \alpha = 1/2$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Realizacija na osnovu odbiraka u frekvencijskom domenu

Antisimetričan

$$H(e^{j\Omega_k}) = H_r\left(\frac{2\pi(k+\alpha)}{M}\right)e^{j\pi/2}e^{-j\pi(k+\alpha)(M-1)/M} = G[k+\alpha]e^{-j\pi(1/2-\alpha)}e^{j\pi(k+\alpha)/M}$$

$$G[k+\alpha] = (-1)^k H_r\left(\frac{2\pi(k+\alpha)}{M}\right)$$

$$G[k+\alpha] = \pm G[M-k-\alpha]$$ + slučaj α = 0, - slučaj α = 1/2

M neparan broj i α = 1/2 $\quad G[M/2] = -G[M/2] = H_r(\pi) = 0$

$$h[n] = \begin{cases} -\frac{2}{M}\sum\limits_{k=1}^{(M-1)/2} G[k]\sin\frac{2\pi k}{M}(n+\frac{1}{2}), & M \text{ neparno} \\ \frac{1}{M}\left[(-1)^{n+1}G[M/2] - 2\sum\limits_{k=1}^{(M/2)-1} G[k]\sin\frac{2\pi k}{M}(n+\frac{1}{2})\right], & M \text{ parno} \end{cases} \qquad \alpha = 0$$

$$h[n] = \frac{2}{M}\sum_{k=0}^{V} G[k+\frac{1}{2}]\cos\frac{2\pi}{M}(k+\frac{1}{2})(n+\frac{1}{2}) \qquad \alpha = 1/2 \qquad V = \begin{cases} \frac{M-3}{2}, & M \text{ neparno} \\ \frac{M}{2}-1, & M \text{ parno} \end{cases}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$$

$$y[n]=\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

$$h[n]=\begin{cases} b_n, & 0\le n\le M \\ 0, & n<0,\ n>M \end{cases}$$

obrada govora
realizacija adaptivnih filtara
estimacija spektra
modelovanje signala

$$H_M(z)=A_M(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=1+\sum_{k=1}^{M}\alpha_M[k]z^{-k},\quad M\ge 1$$

$$y[n]=x[n]+\sum_{k=1}^{M}\alpha_M[k]x[n-k]=x[n]-\hat{x}[n]$$

$$h_M[k]=\begin{cases} 1, & k=0 \\ \alpha_M[k] & 1\le k\le M \\ 0 & k<0,\ k>M \end{cases}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

$$y[n]=x[n]+\sum_{k=1}^{M}\alpha_M[k]x[n-k]=x[n]-\hat{x}[n]$$

$$\hat{x}[n]=-\sum_{k=1}^{M}\alpha_M[k]x[n-k]$$

predviđanje (predikcija) vrednosti tekućeg odbirka signala x[n] na osnovu vrednosti prethodnih odbiraka

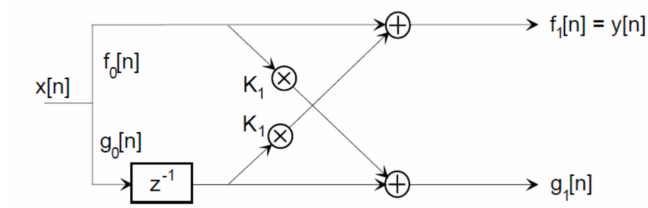
y[n] predstavlja grešku između stvarne i predviđene vrednosti odbirka x[n]
greška predikcije

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

Da vidimo za M=1 $y[n] = x[n] + \alpha_1[1]x[n-1]$

Napravimo strukturu



$$f_1[n] = x[n] + K_1 x[n-1]$$
$$g_1[n] = K_1 x[n] + x[n-1]$$

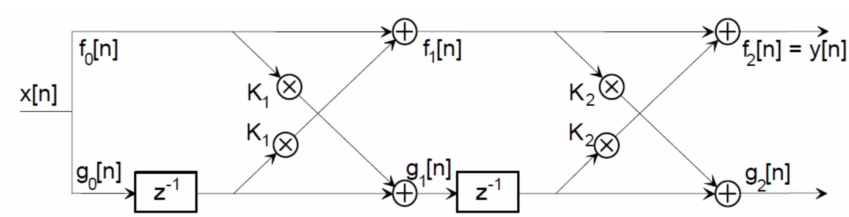
$y[n] = f_1[n] \rightarrow K_1 = \alpha_1[1]$

Liči da nam g ne treba

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

Za M=2 $y[n] = x[n] + \alpha_2[1]x[n-1] + \alpha_2[2]x[n-2]$



$$f_1[n] = x[n] + K_1 x[n-1]$$
$$g_1[n] = K_1 x[n] + x[n-1]$$
$$f_2[n] = f_1[n] + K_2 g_1[n-1]$$
$$g_2[n] = K_2 f_1[n] + g_1[n-1]$$

$y[n] = f_2[n] \rightarrow$

$\alpha_2[2] = K_2, \quad \alpha_2[1] = K_1(1+K_2)$

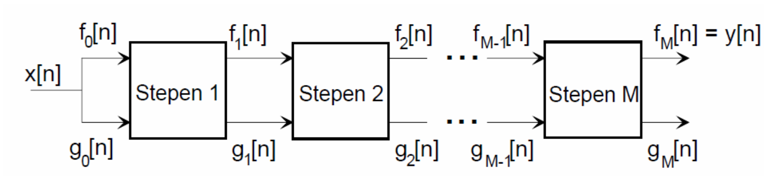
$K_1 = \dfrac{\alpha_2[1]}{1+\alpha_2[2]}, \quad K_2 = \alpha_2[2]$

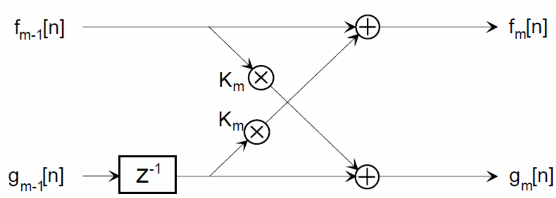
Znači moguće izračunati K_j na osnovu $\alpha[i]$, izlazi isti!

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

Za M





$$f_0[n] = g_0[n] = x[n]$$
$$f_m[n] = f_{m-1}[n] + K_m g_{m-1}[n-1], \quad m = 1,\ldots,M$$
$$g_m[n] = K_m f_{m-1}[n] + g_{m-1}[n-1], \quad m = 1,\ldots,M$$
$$y[n] = f_M[n]$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

Šta je to g

$$\begin{aligned} g_M[n] &= K_M f_{M-1}[n] + g_{M-1}[n-1] \\ &= K_M\left(f_{M-2}[n] + K_{M-1} g_{M-2}[n-1]\right) + \left(K_{M-1} f_{M-2}[n-1] + g_{M-2}[n-2]\right) \\ &= K_M f_{M-2}[n] + K_M(1+K_{M-1}) g_{M-2}[n-1] + K_{M-1} f_{M-2}[n-1] \\ &\cdots\cdots\cdots \\ &= \alpha_M[M]x[n] + \alpha_M[M-1]x[n-1] + \cdots + \alpha_M[1]x[n-M+1] + \alpha_M[0]x[n-M] \\ &= \sum_{k=0}^{M} \alpha_M[M-k]x[n-k] = \sum_{k=0}^{M} \beta_M[k]x[n-k] \qquad \beta_M[k] = \alpha_M[M-k], \;\; k = 0,1,\ldots,M \end{aligned}$$

$$y[n] = x[n] + \sum_{k=1}^{M} \alpha_M[k]x[n-k] = x[n] - \hat{x}[n]$$

$$\hat{x}[n] = -\sum_{k=1}^{M} \alpha_M[k]x[n-k]$$ predikcija unapred (forward prediction)

Teorija linearne predikcije

$$\hat{x}[n-M] = -\sum_{k=1}^{M} \beta_M[k]x[n-k]$$ predikcija unazad (backward prediction) - g

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

U z domenu

$$Y(z) = F_M(z) = A_M(z)X(z)$$
$$G_M(z) = B_M(z)X(z)$$

$$B_M(z) = \sum_{k=0}^{M} \beta_M[k]z^{-k} = \sum_{k=0}^{M} \alpha_M[M-k]z^{-k} = z^{-M}\sum_{l=0}^{M} \alpha_M[l]z^{l} = z^{-M}A_M(z^{-1})$$

$$F_0(z) = G_0(z) = X(z)$$
$$F_m(z) = F_{m-1}(z) + K_m z^{-1}G_{m-1}(z), \quad m = 1,\dots,M$$
$$G_m(z) = K_m F_{m-1}(z) + z^{-1}G_{m-1}(z), \quad m = 1,\dots,M$$
$$Y(z) = F_M(z)$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

$$A_0(z) = B_0(z) = 1$$
$$A_m(z) = A_{m-1}(z) + K_m z^{-1}B_{m-1}(z), \quad m = 1,\dots,M$$
$$B_m(z) = K_m A_{m-1}(z) + z^{-1}B_{m-1}(z), \quad m = 1,\dots,M$$
$$H_M(z) = A_M(z)$$

$$\begin{bmatrix} A_m(z) \\ B_m(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K_m \\ K_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{m-1}(z) \\ z^{-1}B_{m-1}(z) \end{bmatrix}$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

Veza K i α

$$\sum_{k=0}^{M} \alpha_M[k] z^{-k} = \sum_{k=0}^{M} \alpha_{M-1}[M-k] z^{-k} + K_M \sum_{k=0}^{M} \alpha_{M-1}[M-k] z^{-(k+1)}$$

$$\alpha_m[0] = 1$$
$$\alpha_m[M] = K_m$$
$$\alpha_m[k] = \alpha_{m-1}[k] + K_m \alpha_{m-1}[m-k] = \alpha_{m-1}[k] + \alpha_m[m] \alpha_{m-1}[m-k]$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - FIR

Rešetkasta realizacija

Veza K i α

$$A_m(z) = A_{m-1}(z) + K_m z^{-1} B_{m-1}(z) = A_{m-1}(z) + K_m [B_m(z) - K_m A_{m-1}(z)]$$

$$A_{m-1}(z) = \frac{A_m(z) - K_m B_m(z)}{1 - K_m^2}, \quad m = M, M-1, \ldots, 1$$

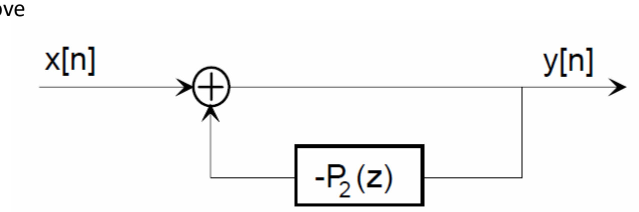
$$K_m = \alpha_m[m],$$
$$\alpha_{m-1}[0] = 1,$$
$$\alpha_{m-1}[k] = \frac{\alpha_m[k] - K_m \beta_m[k]}{1 - K_m^2} = \frac{\alpha_m[k] - \alpha_m[m] \alpha_m[m-k]}{1 - \alpha_m^2(m)}, \quad k = 1, \ldots m-1$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Direktna realizacija

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} = \frac{P_1(z)}{1 + P_2(z)} = H_1(z) H_2(z)$$

Samo polove



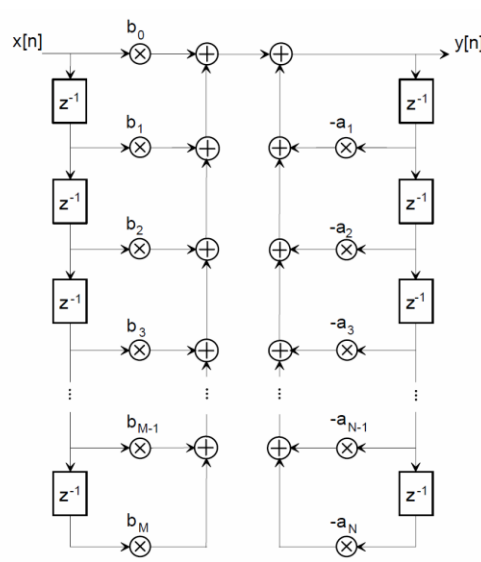
Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Direktna realizacija 1

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} = \frac{P_1(z)}{1 + P_2(z)} = H_1(z) H_2(z)$$

$$H_1(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$$

$$H_2(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} = \frac{1}{1 + P_2(z)}$$



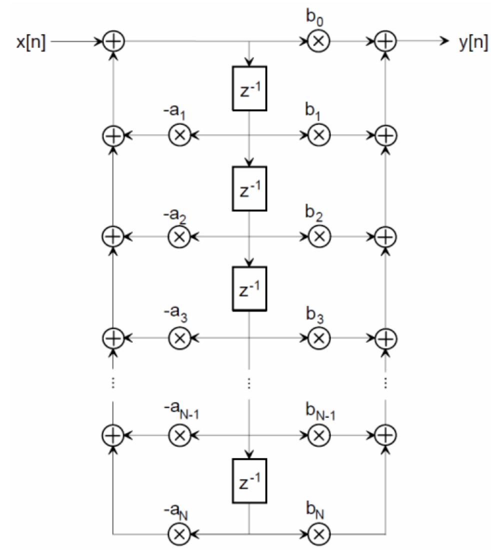
Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Direktna realizacija 2 - kanonička

$$H(z)=\frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}=\frac{P_1(z)}{1+P_2(z)}=H_1(z)H_2(z)$$

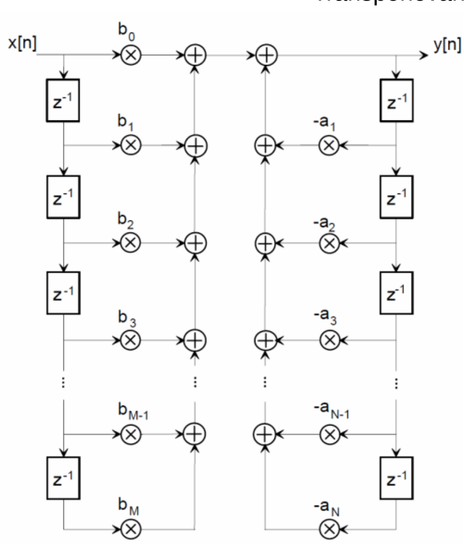
$$H_1(z)=\frac{1}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}=\frac{1}{1+P_2(z)}$$

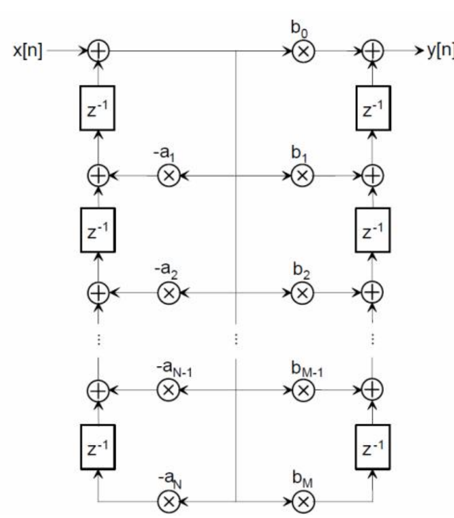
$$H_2(z)=\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$$



Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

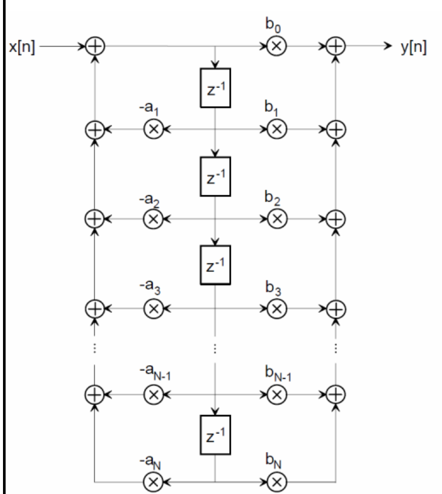
Transponovana direktna realizacija 1

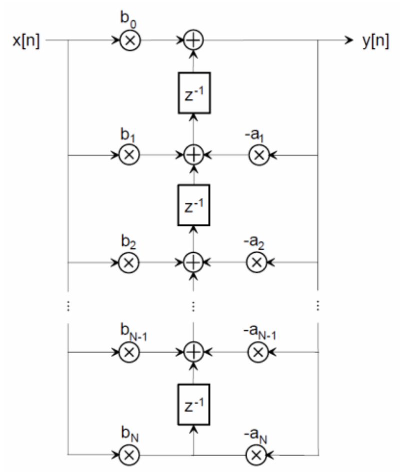




Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Transponovana direktna realizacija 2

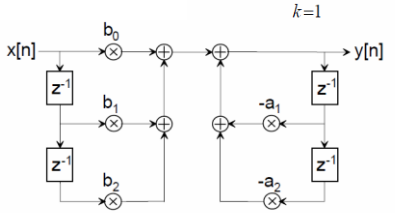


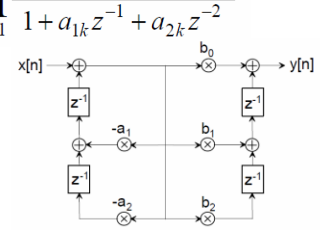


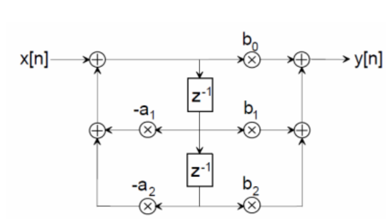
Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

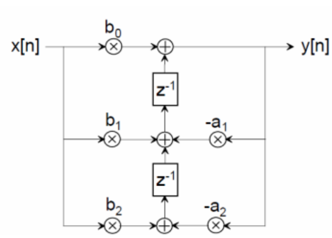
Kaskadna realizacija

$$H(z)=\prod_{k=1}^{N_s} H_k(z)=\prod_{k=1}^{N_s}\frac{b_{0k}+b_{1k}z^{-1}+b_{2k}z^{-2}}{1+a_{1k}z^{-1}+a_{2k}z^{-2}}$$





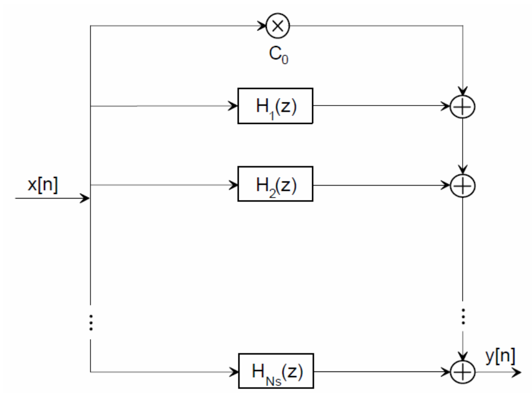




Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

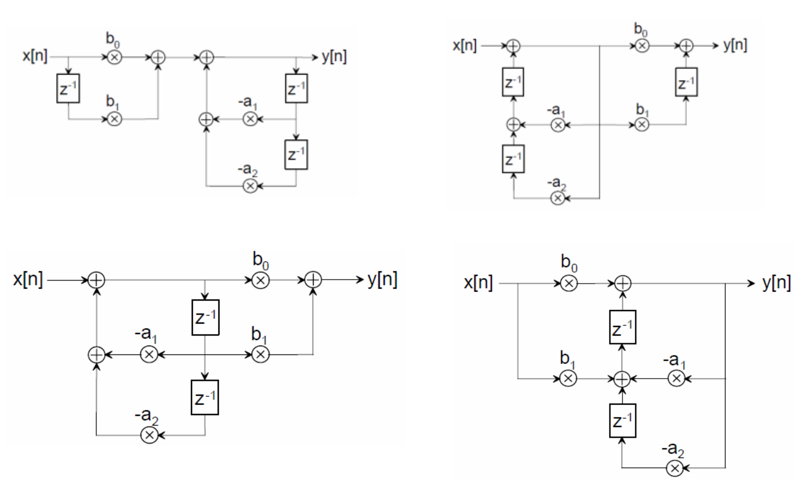
Paralelna realizacija

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N_p} C_k z^{-k} + \sum_{k=1}^{N_s} H_k(z) = \sum_{k=0}^{N_p} C_k z^{-k} + \sum_{k=1}^{N_s} \frac{b_{0k} + b_{1k} z^{-1}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}}$$



Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Paralelna realizacija



Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Rešetkasta realizacija

Samo polove

$$H(z)=\frac{1}{1+\sum_{k=1}^{N} a_N[k]z^{-k}}=\frac{1}{A_N(z)}$$

diferencna

$$y[n]=x[n]-\sum_{k=1}^{N}\alpha_N[k]y[n-k]$$

Zamena ulaza i izlaza

$$x[n]=y[n]-\sum_{k=1}^{N}\alpha_N[k]x[n-k]$$

$$y[n]=x[n]+\sum_{k=1}^{N}\alpha_N[k]x[n-k]$$

Već viđeno za FIR

$$H(z)=A_N(z)$$

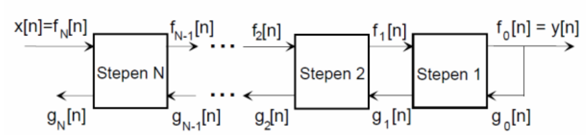
Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Rešetkasta realizacija

Zamena ulaza i izlaza

$$x[n]=f_N[n]$$

$$y[n]=f_0[n]$$

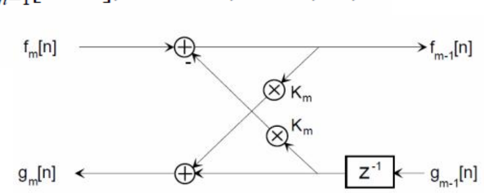


$$f_N[n]=x[n]$$

$$f_{m-1}[n]=f_m[n]-K_m g_{m-1}[n-1],\quad m=N,N-1,\ldots,1$$

$$g_m[n]=K_m f_{m-1}[n]+g_{m-1}[n-1],\quad m=N,N-1,\ldots,1$$

$$y[n]=f_0[n]=g_0[n]$$



Rešetkasta realizacija

$$f_N[n] = x[n]$$
$$f_{m-1}[n] = f_m[n] - K_m g_{m-1}[n-1], \quad m = N, N-1, \ldots, 1$$
$$g_m[n] = K_m f_{m-1}[n] + g_{m-1}[n-1], \quad m = N, N-1, \ldots, 1$$
$$y[n] = f_0[n] = g_0[n]$$

$$\downarrow$$

$$H_f(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{F_0(z)}{F_N(z)} = \frac{1}{A_N(z)}$$

$$H_b(z) = \frac{G_N(z)}{Y(z)} = \frac{G_N(z)}{G_0(z)} = B_N(z) = z^{-N} A_N(z^{-1})$$

Rešetkasta realizacija

Ima i nule

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} c_M[k] z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_N[k] z^{-k}} = \frac{C_M(z)}{A_N(z)}$$

$$w[n] = x[n] - \sum_{k=1}^{N} \alpha_N[k] w[n-k]$$ polovi

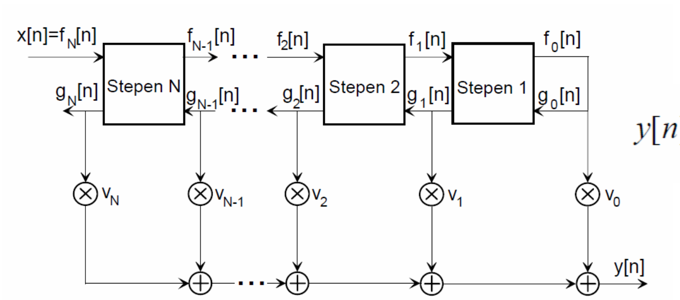
$$y[n] = \sum_{k=0}^{M} c_M[k] w[n-k]$$ nule

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Rešetkasta realizacija

U realizaciji opšteg IIR sistema prvo se realizuje rešetkasta struktura sa parametrima K_m, m = 1,…, N , kojom se realizuju polovi funkcije prenosa, a zatim se dodaje lestvičasti deo realizacije kojim se realizuje linearna kombinacija izlaza $g_m[n]$, odnosno nule funkcije prenosa.

Kao rezultat se dobija rešetkasto-lestvičasta realizacija IIR sistema sa nulama i polovima



$$y[n] = \sum_{m=0}^{M} v_m g_m[n]$$

Digitalna obrada signala
Strukture za realizaciju diskretnih sistema - IIR

Rešetkasta realizacija

Odredjivanje koeficijenata

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{m=0}^{M} v_m \frac{G_m(z)}{X(z)} \qquad X(z) = F_N(z) \text{ i } F_0(z) = G_0(z)$$

$$H(z) = \sum_{m=0}^{M} v_m \frac{G_m(z)}{G_0(z)} \frac{F_0(z)}{F_N(z)} = \sum_{m=0}^{M} v_m \frac{B_m(z)}{A_N(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{M} v_m B_m(z)}{A_N(z)}$$

$$C_M(z) = \sum_{m=0}^{M} v_m B_m(z)$$

$$C_m(z) = \sum_{k=0}^{m-1} v_k B_k(z) + v_m B_m(z) = C_{m-1}(z) + v_m B_m(z)$$

$$v_m = c_m[m], \quad m = 0,1,\ldots,M$$

$$C_{m-1}(z) = C_m(z) - v_m B_m(z), \quad m = M, M-1, \ldots, 2$$